हमारा विश्वास...
हर एक विद्यार्थी है ख़ास

PAPER WITH SOLUTION

JEE Advanced 2019

MATHEMATICS PAPER - 1

IIT/NIT | NEET / AIIMS | NTSE / IJSO / OLYMPIADS

कोटा का रिपिटर्स (12th पास) का सर्वश्रेष्ठ रिजल्ट देने वाला संस्थान

JEE ADVANCED 2018 RESULT

AIR 82 Sarthak Behera

AIR 120 Pankaj

AIR 146 Varun Goyal

AIR 148 Mukul Kumar

Total Selection
709/2084 = 34.02%

JEE MAIN 2019 RESULT

AIR 79 Shiv Kumar Modi

AIR 85 Anuj Chaudhary

AIR 96 Shubham Kumar

AIR 120 Eeshaan Jain

Students Qualified for JEE ADVANCED
2288/3316 = 68.99%

MOTION™
Nurturing potential through education

Toll Free : 1800-212-1799
H.O. : 394, Rajeev Gandhi Nagar, Kota
www.motion.ac.in | ✉: info@motion.ac.in

हमारा विश्वास... हर एक विद्यार्थी है ख़ास

MOTION™
Nurturing potential through education

CRITERIA FOR DIRECT ADMISSION IN STAR BATCHES

V STAR BATCH
XII Pass (JEE M+A)

ELIGIBILITY

- JEE Main'19 %tile > 98%tile
- JEE Advanced'19 Rank (Gen.) < 15,000

J STAR BATCH
XII Pass (NEET/AIIMS)

ELIGIBILITY

- NEET'19 Score > 450 Marks
- AIIMS'19 %tile > 98%tile

P STAR BATCH
XI Moving (JEE M+A)

ELIGIBILITY

- NTSE Stage-1 Qualified or NTSE Score > 160
- 100 marks in Science or Maths in Board Exam

H STAR BATCH
XI Moving (NEET/AIIMS)

ELIGIBILITY

- NTSE Stage-1 Qualified or NTSE Score > 160
- 100 marks in Science or Maths in Board Exam

Scholarship Criteria

JEE Main Percentile	SCHOLARSHIP + STIPEND
98 - 99	100%
Above 99	100% + ₹ 5000/ month

JEE Advanced Rank	SCHOLARSHIP + STIPEND
10000-20000	100%
Under 10000	100% + ₹ 5000/ month

NEET 2019 Marks	SCHOLARSHIP + STIPEND
450	100%
530-550	100% + ₹ 2000/ month
550-560	100% + ₹ 4000/month
560	100% + ₹ 5000/month

NTSE STAGE-1 2019 Marks	SCHOLARSHIP + STIPEND
160-170	100% + ₹ 2000/ month
171-180	100% + ₹ 4000/month
180+	100% + ₹ 5000/month

FEATURES :

- Batch will be taught by NV Sir & HOD's Only.
- Weekly Quizes apart from regular test.
- Under direct guidance of NV Sir.
- Residential campus facility available.
- 20 CBT (Computer Based Test) for better practice.
- Permanent academic coordinator for personal academic requirement.
- Small batch with only selected student.
- All the top brands material will be discussed.

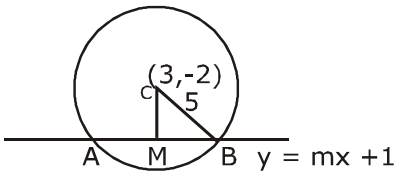
खंड - 1 (Maximum Marks : 12)

प्रत्येक प्रश्न के चार **(04)** प्रश्न हैं।
प्रत्येक प्रश्न के **चार** विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकलप ही सही उत्तर है।
प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित हैं) ;
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

1. एक रेखा $y = mx + 1$ वत्त $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ को बिन्दुओं P और Q पर प्रतिच्छेद करती है। अगर रेखाखण्ड (line segment) PQ के मध्यबिन्दु का x - निर्देशांक (x-coordinate) $\frac{-3}{5}$ है तब निम्नलिखित में से कौन सा एक विकल्प सही हैं ?

(1) $-3 \le mv < -1$ (2) $6 \le m < 8$ (3) $4 \le m < 6$ (4) $2 \le m < 4$

Sol. **4**



$m_{AB} . m_{cm} = -1$

$$\Rightarrow m . \left(\frac{1-\frac{3}{5}m+2}{-\frac{3}{5}-3}\right) = -1$$

$$\Rightarrow m\left(\frac{15-3m}{-18}\right) = -1$$

$\Rightarrow 15m - 3m^2 - 18 = 0$
$m^2 - 5m + 6 = 0$
$m = 2, m = 3 \Rightarrow 2 \le m < 4$

2. माना कि

$$M = \begin{bmatrix} \sin^4\theta & -1-\sin^2\theta \\ 1+\cos^2\theta & \cos^4\theta \end{bmatrix} = \alpha I + \beta M^{-1}$$

जहाँ $\alpha = \alpha(\theta)$ और $\beta = \beta(\theta)$ वास्तविक (real) संख्याएँ हैं, और I एक 2×2 तत्समक–आव्यूह (2×2 identity matrix) है। यदि
समुच्चय $\{\alpha(\theta): \theta \in [0,2\pi)\}$ का निम्नतम (miniumum) α^* है और
समुच्चय $\{\beta(\theta): \theta \in [0,2\pi)\}$ का निम्नतम (miniumum) β^* है
तो $\alpha^* + \beta^*$ का मान है

(1) $\frac{-29}{16}$ (2) $-\frac{37}{16}$ (3) $-\frac{17}{16}$ (4) $-\frac{31}{16}$

Sol. **1**

$$M = \begin{bmatrix} \sin^4\theta & -1-\sin^2\theta \\ 1+\cos^2\theta & \cos^4\theta \end{bmatrix} = \alpha I + \beta M^{-1}$$

$M = \alpha I + \beta M^{-1}$

$M^2 = \alpha M + \beta I$

$$\begin{bmatrix} \sin^4\theta & -1-\sin^2\theta \\ 1+\cos^2\theta & \cos^4\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sin^4\theta & -1-\sin^2\theta \\ 1+\cos^2\theta & \cos^4\theta \end{bmatrix} = \beta\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \alpha\begin{bmatrix} \sin^4\theta & -1-\sin^2\theta \\ 1+\cos^2\theta & \cos^4\theta \end{bmatrix}$$

$\sin^8\theta - 1 - \sin^2\theta - \cos^2\theta - \cos^2\theta\sin^2\theta = \beta + \alpha\sin^4\theta$

$\sin^8\theta - 2 - \cos^2\theta\sin^2\theta = \beta + \alpha\sin^4\theta$ .....(1)

$\sin^2\theta + \cos^2\theta\sin^4\theta + \cos^4\theta + \cos^6\theta = \alpha(1 + \cos^2\theta)$

$$\alpha = \frac{\sin^4\theta\left(1+\cos^2\theta\right)+\cos^4\theta\left(1+\cos^2\theta\right)}{\left(1+\cos^2\theta\right)}$$

$$\alpha = \sin^4\theta + \cos^4\theta = = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\theta$$

$$\alpha_{min} = 1 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

for equation (1)

$\sin^8\theta - 2 - \cos^2\theta\sin^2\theta - \alpha\sin^4\theta = \beta$

$\beta = \sin^2\theta - 2 - \sin^2\theta\cos^2\theta - \sin^4\theta(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$

$\beta = -2 - \sin^2\theta\cos^2\theta - \sin^4\theta\cos^4\theta$

$$\beta = -2 - \frac{1}{4}\sin^2 2\theta - \frac{1}{16}(\sin 2\theta)^4$$

$$\beta = -2 - \frac{1}{16}\left\{(\sin 2\theta)^4 + 4\left(\sin^2 2\theta\right) + 4\right\} + \frac{1}{4}$$

$$\beta = -\frac{7}{4} - \frac{1}{16}\{\sin 2\theta + 2\}^2$$

$$\beta = -\frac{7}{4} - \frac{1}{16}.9 = \frac{-7}{4} - \frac{9}{16} = \frac{-28-9}{16} = -\frac{37}{16}$$

$$\alpha^*_{min} + \beta^*_{min} = \frac{-37+8}{16} = \frac{-29}{16}$$

3. माना कि S उन सभी सम्मिश्र संख्याओं (complex numbers) z का समुच्चय (set) है जो $|z - 2 + i| \geq \sqrt{5}$ को संतुष्ट करती हैं। यदि एक सम्मिश्र संख्या z_0 ऐसी है जिससे $\frac{1}{|z_0 - 1|}$ समुच्चय $\left\{\frac{1}{|z-1|} : z \in S\right\}$ का उच्चतम (maximum) है, तब $\frac{4 - z_0 - \bar{z}_0}{z_0 - \bar{z}_0 + 2i}$ का मुख्य कोणांक (principle argument) है

(1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $-\frac{\pi}{2}$

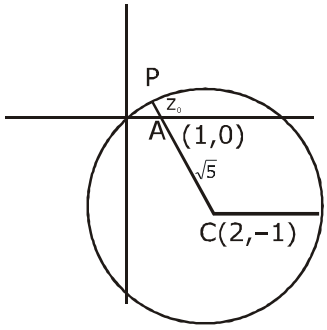
Sol. **4**

$|z - 2 + i| \geq \sqrt{5}$ for max of $\frac{1}{|z_0 - 1|}$

$\Rightarrow \min|z_0 - 1|$

$m_{CA} = \tan\theta = = \frac{1}{-1} = -1$

Now use parametric coordinate $\theta = 135°$



$$P(z_0) = \left\{\left(2 + \sqrt{5}.\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\right), \left(-1 + \sqrt{5}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)\right\}$$

$$\Rightarrow z_0 = \left(2 - \sqrt{\frac{5}{2}}, -1 + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{4 - (z_0 + \bar{z}_0)}{(z_0 - \bar{z}_0) + 2i}\right) \quad \Rightarrow \arg\left(\frac{4 - \left(2\left\{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}\right\}\right)}{2i + 2\left(-1 + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)i}\right)$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{\sqrt{10}}{i\sqrt{10}}\right) \qquad \Rightarrow \arg\left(\frac{1}{i}\right)$$

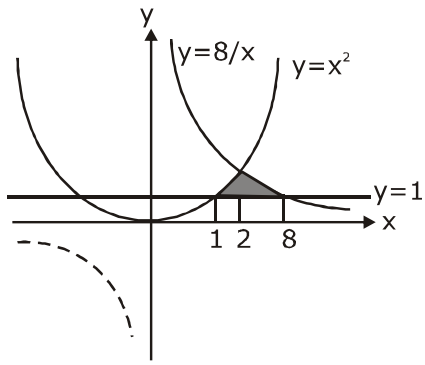
$$\Rightarrow \arg(-i) = \frac{-\pi}{2}$$

4. क्षेत्र $\{(x,y) : xy \le 8,\ 1 \le y \le x^2\}$ का क्षेत्रफल (area) है।

(1) $16\log_e 2 - \frac{14}{3}$ (2) $8\log_e 2 - \frac{7}{3}$ (3) $8\log_e 2 - \frac{14}{3}$ (4) $16\log_e 2 - 6$

Sol. **1**

$xy \le 8$ & $1 \le y \le x^2$



$$A = \int_1^2 (x^2 - 1)\,dx + \int_2^8 \left(\frac{8}{x} - 1\right)dx$$

$$A = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^2 + 8\ln x\Big|_2^8 - 1 - 6$$

$$A = \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) + 8(\ln 8 - \ln 2) - 7$$

$$A = \frac{7}{3} - 7 + 16\ln 2$$

$$A = 16\ln 2 - \frac{14}{3}$$

खंड - 2 (Maximum Marks : 32)

इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं।

प्रत्येक **प्रश्न** के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** सही उत्तर हैं (हैं)

प्रत्येक **प्रश्न** के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।

प्रत्येक **प्रश्न** के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा ;

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।

आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही है परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं।

आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनो चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं।

आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सहीं विकल्प है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ;

ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

उदाहरणः यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं, तब

केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 marks ;

केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 marks ;

केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 marks ;

केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 marks ;

केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 marks ;

केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 marks ;

केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 marks ;

कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगें ; और अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर –1 अंक मिलेंगे।

1. माना कि Γ एक वक्र $y = y(x)$ है जो प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में हैं और माना कि बिन्दु (1,0) उस पर स्थित हैं। माना कि Γ के बिन्दु P पर खिंची गयी स्पर्श रेखा (tangent) y - अक्ष को Y_P पर प्रतिच्छेद (inetersect) करती हैं। यदि Γ के प्रत्येक बिन्दु P के लिए PY_P की लम्बाई 1 है, तब निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं)?

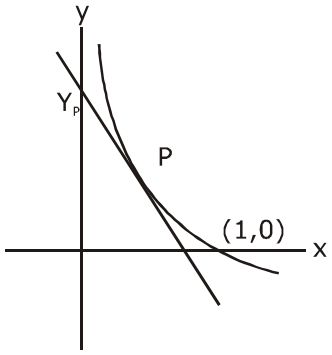
(1) $xy' - \sqrt{1-x^2} = 0$

(2) $y = -\log_e\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) + \sqrt{1-x^2}$

(3) $xy' + \sqrt{1-x^2} = 0$

(4) $y = \log_e\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) - \sqrt{1-x^2}$

Sol. **1,2,3,4**



Equation of Tangent at P

$$Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x)$$

For $Y_P \Rightarrow (X = 0)$

$$Y_P = y - x\frac{dy}{dx}$$

distance $Y_pP = 1$

$$x^2 + \left(y - y + x\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1$$

$$x^2\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = 1$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{1}{x^2} - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \pm\frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} \rightarrow \text{option 1 and 3}$$

$$\int dy = \pm\int\frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}dx$$

$$x = \sin\theta$$

$$y = \pm\int\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cos\theta d\theta$$

$$y = \pm\int\frac{1 - \sin^2\theta}{\sin\theta}d\theta$$

$$y = \pm\int(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)d\theta$$

$y = \pm\left(\ln\left|\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta\right| + \cos\theta\right) + C$

$y = \pm\left(\ln\left|\frac{1}{x} - \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right| + \sqrt{1-x^2}\right) + C$

P as (1,0) $\Rightarrow$ c = 0

$y = \pm\left(\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) + \sqrt{1-x^2}\right) \rightarrow$ option (2), (4)

2. दीर्घवत्तों (ellipses) $\{E_1, E_2, E_3.....\}$ और आयतों (rectangles) $\{R_1, R_2, R_3 .....\}$ के संग्रहों को निम्न प्रकार से परिभाषित करें:

$E_1 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;

R_1 : अधिकतम क्षेत्र (largest area) का आयत, जिसकी भुजाएं अक्षों (axes) के समानतर हैं, और जो E_1 में अंतर्स्थित (inscribed) हैं,

E_n : अधिकतम क्षेत्र वाला दीर्घवत्त $\frac{x^2}{a_n^2} + \frac{y^2}{b_n^2} = 1$ जो R_{n-1}, n > 1 में अंतर्स्थित हैं।

R_n : अधिकतम क्षेत्र का आयत, जिसकी भुजाएं अक्षों के समान्तर हैं, और जो E_n , n > 1 में अंतर्स्थित हैं।
तब निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही हैं (हैं) ?

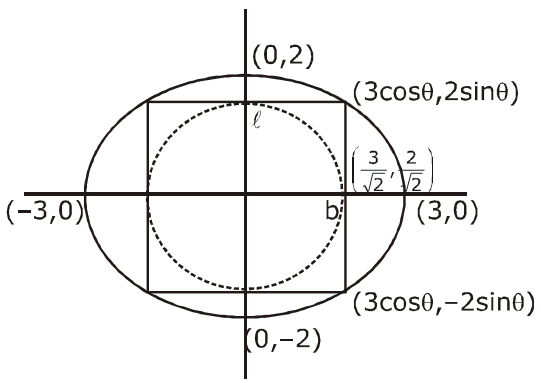
(1) E_{18} और E_{19} की उत्केंद्रतायें (eccentricities) समान नहीं है।

(2) E_9 में केन्द्र से एक नाभि (focus) की दूरी $\frac{\sqrt{5}}{32}$ हैं

(3) प्रत्येक पूर्णांक N के लिए $\sum_{n=1}^{N}$ (R_n का क्षेत्रफल) <24 है।

(4) E_9 के नाभिलम्ब (latus rectum) की लम्बाई $\frac{1}{6}$ है।

2. **(3),(4)**



$E_1 \Rightarrow \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4} = 1$

$l = 6\cos\theta$

$b = 4\sin\theta$

Area $= 12 \times \sin 2\theta$

$A_{max} = 12$

$\sin 2\theta = 1$

$2\theta = \frac{\pi}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

E_2 : $a = \frac{3}{\sqrt{2}}$; $b = \frac{2}{\sqrt{2}}$; $a = 3$; $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $b = 2$; $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(i) $e^2 = 1-\frac{b^2}{a^2}$ eccentricities of all ellipse will be equal

(ii) for E_9 ; $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ and $a = 3\times\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8$

$\therefore$ distance of focus from centre

$= ae = \frac{3}{16}\times\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{16}$

(iii) sum of area of rectangles = 12 + 6 + 3 + ...

$A = \frac{12}{1-\frac{1}{2}} = 24$

(iv) L.R. $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\times\left(2\times\frac{1}{16}\right)^2}{2.\frac{1}{16}} = \frac{2\times\frac{1}{64}}{3\times\frac{1}{16}} = \frac{1}{6}$

3. माना कि $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & b & 1 \end{bmatrix}$ तथा adj M $= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -6 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ जहाँ a तथा b वास्तविक संख्याएं (real numbers) है। निम्न में से कौनसा (से) विकल्प सहीं है (हैं) ?

(1) det (adjM^2) = 81

(2) a + b = 3

(3) $(\text{adj } M)^{-1} + \text{adj } m^{-1} = -M$

(4) यदि $M\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, तब $\alpha - \beta + \gamma = 3$

Sol. **2,3,4**

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & b & 1 \end{bmatrix} \text{ and adj } M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -6 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{adj } M = \begin{bmatrix} 2-3b & ab-1 & -1 \\ 8 & -6 & 2 \\ b-6 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 8 & -6 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$2 - 3b = -1$; $ab - 1 = 1$
$b - 6 = -5$; $a = 2$
$b = 1$

$$\text{Now } M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$|M| = 8 - 10 = -2$
$\Rightarrow a + b = 3$ option (2)
$|\text{adj}(M^2)| = |M^2|^2$
$= |M|^4 = 16$
(3) $(\text{adj}M)^{-1} + \text{adj}(M^{-1})$ option(3)
$= \text{adj}(M^{-1}) + \text{adj}(M^{-1})$
$= 2\text{adj}(M^{-1})$
$= 2(|M^{-1}|M)$

$$= 2\left(\frac{1}{-2}M\right)$$

$= -M$

(4) $$M\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\beta + 2\gamma = 1$
$\alpha + 2\beta + 3\gamma = 2$
$3\alpha + \beta + \gamma = 1$
$\alpha \quad 1$
$\beta = -1$
$\gamma = 1$
$\alpha - \beta + \gamma = 3$ option (4)

4. माना कि $x^2 - x - 1 = 0$ के मूल (roots) α और β हैं, जहां $\alpha > \beta$ हैं। सभी धनात्मक पूर्णांको n के लिए निम्न को परिभाषित किया गया है

$$a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}, \; n \geq 1$$

$b_1 = 1$ and $b_n = a_{n-1} + a_{n+1}$, $n \geq 2$

तब निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही हैं (हैं) ?

(1) प्रत्येक $n \geq 1$ के लिए, $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = a_{n+2} - 1$

(2) प्रत्येक $n \geq 1$ के लिए, $b_n = \alpha^n + \beta^n$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{10^n} = \frac{8}{89}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n} = \frac{10}{89}$

Sol. **1,2,4**

$x^2 - x - 1 = 0$

$a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}$ (2) $b_1 = 1$ $b_n = a_{n-1} + a_{n+1}$

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \; \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$b_n = \frac{\alpha^{n-1} - \beta^{n-1}}{\alpha - \beta} + \frac{\alpha^{n+1} + \beta^{n+1}}{\alpha - \beta}$$

$$= \frac{\alpha^{n-1}\left(1+\alpha^2\right) - \beta^{n-1}\left(1+\beta^2\right)}{\alpha - \beta}$$

$$= \frac{\alpha^{n-1}\left(\alpha+2\right) - \beta^{n-1}\left(\beta+2\right)}{\alpha - \beta}$$

$$= \frac{\alpha^{n-1}\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) - \beta^{n-1}\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)}{\alpha - \beta}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\alpha^n + \sqrt{5}\beta^n}{\alpha - \beta} = \alpha^n + \beta^n$$

(i) $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$

$$= \frac{\left(\alpha + \alpha^2 + ... + \alpha^n\right) - \left(\beta + \beta^2 + ...\beta^n\right)}{\alpha - \beta}$$

$$= \frac{\frac{\alpha(1-\alpha^n)}{1-\alpha} - \frac{\beta(1-\beta^n)}{1-\beta}}{\alpha-\beta}$$

$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0$

$\alpha^2 - 1 = \alpha$

$$\alpha + 1 = \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

$$= \frac{-\alpha^2(1-\alpha^n)+\beta^2(1-\beta^n)}{\alpha-\beta}$$

$$= \frac{-\alpha^2+\alpha^{n+2}+\beta^2-\beta^{n+2}}{(\alpha-\beta)}$$

$$= \frac{\alpha^{n+2}-\beta^{n+2}}{\alpha-\beta} - (\alpha+\beta)$$

$= a_{n+2} - 1$

(3) $\sum \frac{b_n}{10^n} = \sum\left(\frac{\alpha^n}{10^n}+\frac{\beta^n}{10^n}\right)$

$$= \left(\frac{\alpha}{10}+\frac{\alpha^2}{10^2}+\ldots\right)$$

$$= \frac{\frac{\alpha}{10}}{1-\frac{\alpha}{10}} + \frac{\beta}{1-\frac{\beta}{10}}$$

$$= \frac{\alpha}{10-\alpha}+\frac{\beta}{10-\beta} = \frac{10(\alpha+\beta)-2\alpha\beta}{100-10(\alpha+\beta)+\alpha\beta} = \frac{10+2}{100-10-1} = \frac{12}{89}$$

(4) $\sum \frac{a^n}{10^n} = \frac{1}{\alpha-\beta}\left\{\frac{\alpha}{10-\alpha}-\frac{\beta}{10-\beta}\right\}$

$$= \frac{1}{\alpha-\beta}\left\{\frac{10(\alpha-\beta)}{89}\right\} = \frac{10}{89}$$

5. माना कि f : R → R निम्न प्रकार से दिया है

$$f(x) = \begin{cases} x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 3x + 1, & x < 0 \\ x^2 - x + 1, & 0 \le x < 1; \\ \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 7x - \frac{8}{3}, & 1 \le x < 3 \\ (x-2)\log_e(x-2) - x + \frac{10}{3}, & x \ge 3 \end{cases}$$

तब निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं) ?

(1) f अंतराल $(-\infty, 0)$ में वर्धमान (increasing) है

(2) f आच्छादक (onto) है

(3) f' का एक स्थानीय उच्चतम (local maximum) x = 1 पर हैं।

(4) x = 1 पर f' अवकलनीय **नहीं** (NOT differentiable) हैं।

Sol.

$$f(x) = \begin{cases} x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 3x + 1 & x < 0 \\ x^2 - x + 1 & 0 \le x < 1 \\ \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 7x - \frac{8}{3} & 1 \le x < 3 \\ (x-2)\ell n(x-2) - x + \frac{10}{3} & x \ge 3 \end{cases}$$

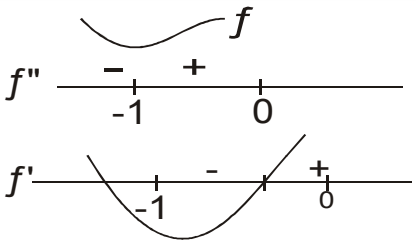
f is onto $\because$ Range = R (ℓn (x–2) contains all real values)

$$f'(x) = \begin{cases} 5x^4 + 20x^3 + 30x^2 + 20x + 3 & x < 0 \\ 2x - 1 & 0 \le x < 1 \\ 2x^2 - 8x + 7 & 1 \le x < 3 \\ 1 + \ell n(x-2) - 1 & x \ge 3 \end{cases}$$

Check diff of f' at x = 1 < RHD=-4, LHD=2 $\quad f$ is not diff.

$$f''(x) = \begin{cases} 20x^3 + 60x^2 + 60x + 20 & x < 0 \\ 2 & 0 \le x < 1 \\ 4x - 8 & 1 \le x < 3 \\ \frac{1}{x-2} & x \ge 3 \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} 20(1+x)^3 & x < 0 \\ 2 & 0 \le x < 1 \\ 4x - 8 & 1 \le x < 3 \\ \frac{1}{x-2} & x \ge 3 \end{cases}$$



$\Rightarrow$ Not always one

6. तीन थैले (bags) B_1, B_2 और B_3 हैं। B_1 थेले में 5 लाल (red) and 5 हरी (green) गेंदे, B_2 में 3 लाल and 5 हरी गेदें हैं, और B_3 में 5 लाल और 3 हरी गेंदें हैं। थैले B_1, B_2 और B_3 के चुने जाने की प्रायिकतायें क्रमशः $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{10}$ और $\frac{4}{10}$ हैं। एक थैला यादृच्छक (at random) लिया जाता है और एक गेंद उस थैले में से यादृच्छया चुनी जाती है। तब निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं) ?

(1) चुनी गयी गेंद के हरे होने की प्रायिकता $\frac{3}{8}$ है, जब यह ज्ञात है कि चुना हुआ थैला B_3 हैं।

(2) चुने हुए थैले के B_3 होने के साथ–साथ गेंद के हरे होने की प्रायिकता $\frac{3}{10}$ हैं।

(3) चुने हुए थैले के B_3 होने की प्रायिकता $\frac{5}{13}$ है जब यह ज्ञात है कि चुनी गयी गेंद हरी हैं

(4) चुनी गयी गेंद के हरे होने की प्रायिकता $\frac{39}{80}$ है।

Sol. **1, 4**

$$\underbrace{5R + 5G}_{B_1} \quad \underbrace{3R + 5G}_{B_2} \quad \underbrace{5R + 3G}_{B_3}$$

$$P(B_1) = \frac{3}{10} \Big| P(B_2) = \frac{3}{10} \Big| P(B_3) = \frac{4}{10}$$

1. $P(G_1|B_3) = \frac{3}{8} = \boxed{\frac{3}{8}}$

2. $P(B_3|G) = \boxed{\frac{4}{13}}$

3. $P(B_3|G) = \frac{12}{39} = \boxed{\frac{4}{13}}$

4. $P(G) = \frac{3}{10}\cdot\frac{5}{10} + \frac{3}{10}\cdot\frac{5}{8} + \frac{4}{10}\cdot\frac{3}{8} = \frac{12+15+12}{80} = \boxed{\frac{39}{80}}$

7. एक असमकोणीय त्रिभुज (non-right angled triangle) ΔPQR के लिए, माना कि p,q,r क्रमशः कोण P,Q,R के सामने वाली भुजाओं की लम्बाइयाँ दर्शाती हैं। R से खींची गयी माध्यिका (median) भुजा PQ से S पर मिलती हैं, P से खीचा गया अभिलम्ब (perpedicular) भुजा QR से E पर मिलता है, तथा RS और PE एक दुसरे को O पर काटती हैं। यदि $p = \sqrt{3}$, q=1 और ΔPQR के परिवत्त (circumcircle) की त्रिज्या (radius) 1 हैं, तब निम्न में से कौन सा (से) विकल्प सही है (हैं) ?

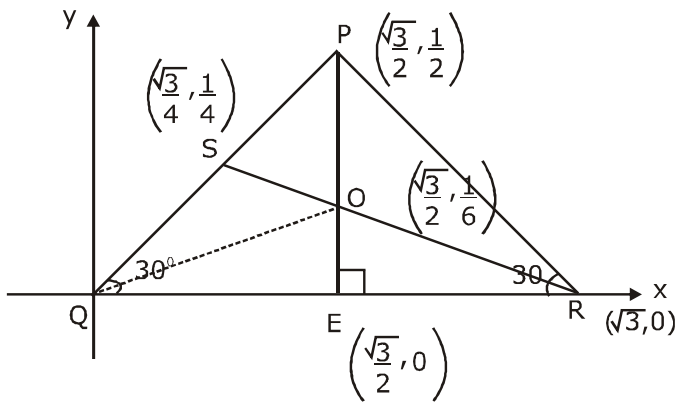
(1) RS की लम्बाई = $\frac{\sqrt{7}}{2}$

(2) OE की लम्बाई = $\frac{1}{6}$

(3) ΔPQR के अंतर्वत्त (incircle) कीत्रिज्या = $\frac{\sqrt{3}}{2}\left(2-\sqrt{3}\right)$

(4) ΔSOE का क्षेत्रफल (area) $= \frac{\sqrt{3}}{12}$

Sol. **1,2,3**



sin Law

$$\frac{QP}{\sin P} = \frac{PR}{\sin\theta} = 2R$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin P} = \frac{1}{\sin\theta} = 2$$

$$\sin P = \frac{\sqrt{3}}{2}\left\langle \begin{matrix} P = 60 \\ P = 120 \end{matrix}\right. ; \sin\theta = \frac{1}{2}\left\langle \begin{matrix} \theta = 30 \\ \theta = 150 \end{matrix}\right.$$

$\angle P = 120^0$, $\theta = 30^0$, $\angle R = 30^0$

(1) $RS = \frac{1}{2}\sqrt{2\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2(1)^2 - 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ Ans 1

(2) Eq. of RS : $(y - 0) = \frac{\frac{1}{4} - 0}{\frac{\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3}}\left(x - \sqrt{3}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{3\sqrt{3}}\left(x - \sqrt{3}\right)$

Hence coordinate of O : $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{6}\right)$

$\Rightarrow$ $\boxed{OE = \frac{1}{6}}$

(3) $r = \frac{\Delta}{S} = \frac{\frac{1}{2}.\sqrt{3}.\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1+1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{3})}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}(2 - \sqrt{3})$

(4) $\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{6} & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{vmatrix}$

$= \left|\frac{\sqrt{3}}{4}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{6} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 \end{vmatrix}\right|$

$= \left|\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{1\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) + 1\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)\right\}\right|$

$$= \left|\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\frac{-2}{24}+\frac{2}{12}\right\}\right|$$

$$= \left|\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{2}{24}\right| = \frac{\sqrt{3}}{48}$$

8. माना कि L_1 और L_2 क्रमशः निम्न रेखाएं है:

$$\vec{r} = \hat{i} + \lambda(-\hat{i} + +2\hat{j} + 2\hat{k}), \lambda \in R \text{ और}$$

$$\vec{r} = \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}), \mu \in R$$

यदि L_3 एक रेखा है जो L_1 और L_2 दोनों के लम्बवत् है और दोनों को काटती है, तब निम्नलिखित विकल्पों में से कौनसा (से) L_3 को निरूपित करता (करते) है (हैं) ?

(1) $\vec{r} = \frac{2}{9}(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + t(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}),\ t \in R$ (2) $\vec{r} = \frac{2}{9}(4\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + t(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}),\ t \in R$

(3) $\vec{r} = \frac{1}{3}(2\hat{i} + \hat{k}) + t(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}),\ t \in R$ (4) $\vec{r} = t(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})\ t \in R$

Sol. **1,2**

$$L_1 \rightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-0}{2} = \frac{z-0}{2}$$

$$L_2 \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$$

$$L_3 \rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$L_3 \perp L_1$ & L_2

$L_3 \parallel (L_1 \times L_2)$

$\therefore L_3 \parallel (6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k})$

Let any point on L_1 is $\equiv (-\lambda + 1, 2\lambda, 2\lambda)$

Let any point on L_2 is $B \equiv (2\mu, -\mu, 2\mu)$

DR(s) of AB will be

$2\mu + \lambda - 1, -\mu - 2\lambda, 2\mu - 2\lambda$

But D.R. of AB are

6, 6, −3 or 2, 2, −1

$$\therefore \frac{2\mu + \lambda - 1}{2} = \frac{-\mu - 2\lambda}{2} = \frac{2\mu - 2\lambda}{-1} = k(\text{let})$$

$\therefore 2\mu + \lambda - 1 = 2k$ ....(1)

$-\mu - 2\lambda = 2k$ ....(2)

$2\mu - 2\lambda = -k$ ....(3)

Solve (1) & (3)

$\lambda = \dfrac{3k+1}{3}$

Put $\lambda = \dfrac{3k+1}{3}$ in equation (2)

$\mu = \dfrac{12k+2}{(-3)}$

Put λ & μ in eq. (3)

$2\left(\dfrac{12k+2}{-3}\right) - 2\left(\dfrac{3k+1}{3}\right) + k = 0$

$k = -\dfrac{2}{9}$

$\therefore \lambda = \dfrac{3\left(-\frac{2}{9}\right)+1}{3} = \dfrac{-\frac{2}{3}+1}{3} = \dfrac{1}{9}$

$\mu = \dfrac{12\left(\frac{-2}{9}\right)+2}{-3} = \dfrac{\frac{-8}{3}+2}{-3} = \dfrac{2}{9}$

$\therefore A \equiv (-\lambda + 1, 2\lambda, 2\lambda) \qquad \Rightarrow \left(\dfrac{-1}{9}+1, \dfrac{2}{9}, \dfrac{2}{9}\right)$

$A \equiv \left(\dfrac{8}{9}, \dfrac{2}{9}, \dfrac{2}{9}\right)$

$\therefore B \equiv (2\mu, -\mu, 2\mu) \quad \Rightarrow \quad B \equiv \left(\dfrac{4}{9}, \dfrac{-2}{9}, \dfrac{4}{9}\right)$

$\therefore$ Equation of L_3 can be

$L_3 \rightarrow \vec{r} = \dfrac{2}{9}(4\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) + t(2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}), t \in R$

or $L_3 \rightarrow \vec{r} = \dfrac{2}{9}(2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}) + t(2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}), t \in R$

खंड - 3 [Maximum Marks : 18]

इस खंड में छः **(06)** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (Numerical Value)** हैं।
प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउज (mouse) और ऑन स्क्रीन (on-screen) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (virtual numeric keypad) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को दशमलव के **दो** स्थानों तक ट्रंकेट/राउंड–ऑफ **(truncate/round-off)** करें।
प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
पूर्ण अंक : +3 यदि दर्ज किया गया संख्यात्मक मान (numberical value) ही सही उत्तर हैं।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

1. तीन रेखाऐं निम्न के द्वारा दी गयी है :

$\vec{r} = \lambda\hat{i}, \lambda \in R$

$\vec{r} = \mu(\hat{i} + \hat{j}), \mu \in R$ और

$\vec{r} = v(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}), v \in R$

माना कि रेखाऐं समतल x + y + z = 1 को क्रमशः बिन्दुओं A, B और C पर काटती हैं। यदि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल Δ हैं तो $(6\Delta)^2$ का मान बराबर _____ होगा .

Sol. **0.75**

$\vec{r} = \lambda\hat{i}$ $\quad \vec{r} = \mu(\hat{i} + \hat{j})$ $\quad \vec{r} = v(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

x + y + z = 1

Ist line

$x = \lambda, \quad y = 0, \quad z = 0$

$\therefore \quad \boxed{\lambda = 1} \quad A(1,0,0)$

For 2nd Line

$x = \mu, \ y = \mu, \ z = 0$

$\therefore \ 2\mu = 1 \qquad B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$

Similarly $C\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$$\therefore \text{ Area of } \Delta = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|\left(-\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j} + + \frac{1}{3}\hat{k}\right)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\hat{i}\left(\frac{1}{6}\right) - \hat{j}\left(\frac{-1}{6}\right) + \hat{k}\left(\frac{1}{6}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left|\frac{\hat{i}}{6} + \frac{\hat{j}}{5} + \frac{\hat{k}}{6}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{36}}$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$\therefore (6\Delta)^2 = \frac{3}{4} = .75$$

2. माना कि S ऐसे 3×3 आव्यूहों (matrices) का प्रतिदर्श समिष्ट (sample space) है जिनकी प्रविष्टियाँ (entries) समुच्चय {0,1}, से है। माना कि घटनाएँ E_1 एवं E_2 निम्न है:–

$E_1 = \{A \in S : \det A = 0\}$ तथा

$E_2 = \{A \in S :$ A की प्रविष्टियों का कुल योग 7 है$\}$

यदि एक आव्यूह S से यादच्छिक (randomly) चुना जाता है तब सप्रतिबंध प्रायिकता (conditional probability) $P(E_1|E_2)$ बराबर

2. **1/2**

Sample space = 2^9

$$P(E_1/E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

E_2 : sum of entries 7

$\therefore$ '7' one and '2' zero

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ total } E_2 = \frac{9!}{7!2!} = \frac{8 \times 9}{2} = 36$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$ for |A| to be zero both zeros should by in same row or column

$\therefore$ (3×3)2 = 18

$$\therefore P(E_1/E_2) = \frac{18}{36}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1(1) - 1(-1)$$

3. माना कि $\omega \neq 1$ एकक का एक घनमूल (a cube root of unit) तब समुच्चय (set)

$\{|a + b\omega = c\omega^2|^2 :$ a, b, c भिन्न अशून्य पूर्णांक (distinct non-zero integers है$\}$ का निम्नतम बराबर _____.

Sol. **3**

$$\left|a + b\omega + c\omega^2\right|^2$$

$$= \left(a + b\omega + c\omega^2\right)\left(a + b\omega^2 + c\omega\right)$$

$$= \left\{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca\right\}$$

$= \frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}$

$= \frac{1}{2}\{1+1+4\} = 3$

4. माना कि AP(a; d) एक अनंत समान्तर श्रेणी (infinite arithmetic progression) के पदों का समुच्चय (set) है, जिसका प्रथम पद a तथा सर्वान्तर (common diff.) d > 0 है। यदि $AP(1;3)\cap AP(2;5)\cap AP(3;7) = AP(a;d)$ है, तब a + d बराबर _____.

Sol. **157**

First AP

a = 1, common diff. = 3

Second AP

a = 2, common diff. = 5

Third AP

a = 3, common diff. = 7

Now on AP whose first term and common diff. is common of all three

$\therefore$ 1+(n–1)3 = 2+(m–1)5 = 3+(k–1)7

(i) $\frac{3n+1}{5}=m$ and $\frac{3n+2}{7}=k$

m and k are integer

So at n = 18 m = 11 and k = 8

first term of AP $\Rightarrow$ 1+(18–1)3 = 52

Common diff. = LCM (3,5,7) = 105

$\therefore$ $\boxed{a+d=157}$

5. यदि $I=\frac{2}{\pi}\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{dx}{(1+e^{\sin x})(2-\cos 2x)}$ तब 27 I^2 बराबर _____.

Sol. **4**

$$I = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{(1+e^{\sin x})(2-\cos 2x)}$$

Apply King $x \to -x$

$$I = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{e^{\sin x}}{(1+e^{\sin x})(2-\cos 2x)}$$

$$2I = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{2-\cos 2x}$$

$$\therefore I = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$$

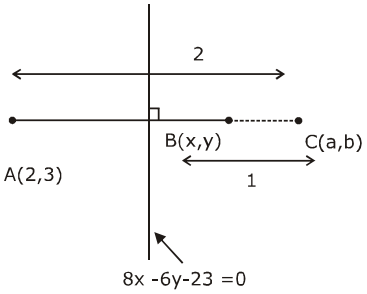
$$= \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x dx}{1-\tan^2 x+2\tan^2 x} \text{ , } \tan x = t$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_0^{1} \frac{dt}{1+3t^2} = \frac{2}{3\pi} = \frac{2}{\sqrt{3}\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{3}t\right)_0^1 = \frac{2}{\sqrt{3}\pi}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3\sqrt{3}} = I$$

$$\therefore 27 \times \frac{4}{27} = 4$$

6. माना कि बिंदु B रेखा 8x – 6y – 23 = 0 के सापेक्ष बिन्दु A(2,3) का प्रतिबिम्ब (reflection) है। माना कि Γ_A तथा Γ_B क्रमशः त्रिज्याएँ 2 तथा 1 वाले वत्त है जिनके केन्द्र क्रमशः A तथा B है। माना कि वत्तों Γ_A तथा Γ_B की ऐसी उभयनिष्ठ–स्पर्श (common tangent) रेखा T है, दोनों वत्त जिसके एक हीं तरफ है। यदि C, बिन्दुओं A तथा B से जाने वाली रेखा तथा T का प्रतिच्छेद बिंदु है, तब रेखाखण्ड (line segment) AC की लम्बाई है _____.

6. **10**



For B

$$\frac{x-2}{8} = \frac{y-3}{-6} = \frac{-2(16-18-23)}{64+36} \; ; \quad \frac{x-2}{8} = \frac{y-3}{6} = \frac{-2(-25)}{100}$$

$$\frac{x-2}{8} = \frac{y-3}{6} = \frac{1}{2} \qquad \therefore x = 6 \text{ and } y = 6$$

B (6, 6)

Now for 'C' external division in ratio $r_1 : r_2$

$$a = \frac{2.6-1.2}{2-1} \quad b = \frac{2.6-1.3}{2-1}$$

a = 10, b = 9

$$\therefore AC = \sqrt{8^2+6^2}$$

$$= \sqrt{64+36}$$

$$= \sqrt{100} = 10$$

हमारा विश्वास... हर एक विद्यार्थी है ख़ास

MOTION™
Nurturing potential through education

Based on JEE Advanced'19

MARKS	FEE (After Scholarship)
140 above	Drona Residential Program Free
120 to 139	₹ 0
100 to 120	₹ 14,500
90 to 99	₹ 29,000
80 to 89	₹ 43,500
69 to 79	₹ 58,000
40 to 69	₹ 87,000

*Scholarship Applicable at Kota Center Only

Based on JEE Main'19

JEE Main Percentile	English	Hindi
	Fees (After Scholarship)	
99 & Above	Drona Residential Program Free	
97.5 To 99	₹ 0	₹ 0
97 To 97.5	₹ 14,500	₹ 14,500
96.5 To 97	₹ 29,000	₹ 29,000
96 To 96.5	₹ 58,000	₹ 58,000
95.5 To 96	₹ 65,250	₹ 65,250
95 To 95.5	₹ 72,500	₹ 72,500
93 To 95	₹ 87,000	₹ 87,000
90 To 93	₹ 1,01,500	₹ 94,250
85 To 90	₹ 1,08,750	₹ 1,01,500
80 To 85	₹ 1,16,000	₹ 1,08,750
75 To 80	₹ 1,30,500	₹ 1,23,250

JEE MAIN Special Batch
for Class 14th Repeaters

Flat 50% Scholarship

(Fee after Scholarship) **Only ₹ 46,750**