JEE MAIN April'19

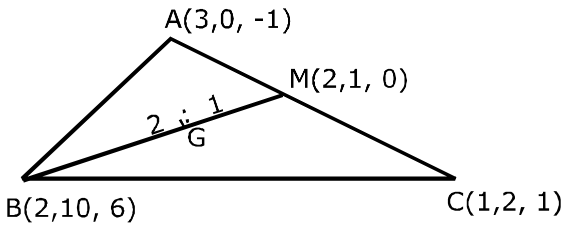
PAPER WITH SOLUTION

10 April 2019 _ Morning _ Maths

1. माना एक त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु A(3, 0, – 1), B(2, 10, 6) तथा C(1, 2, 1) हैं तथा AC का मध्यबिन्दु M है। यदि G ,BM को , 2 : 1,के अनुपात में विभाजित करता है, तो cos($\angle GOA$) (O मूलबिन्दु है) बराबर है:

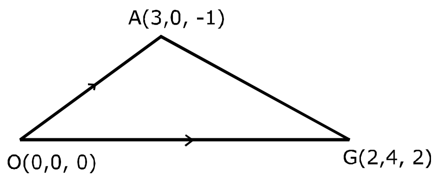
(1) $\frac{1}{6\sqrt{10}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{30}}$ (4) $\frac{1}{2\sqrt{15}}$

Sol. **2**



Co-ordinate of G = $\left(\frac{4+2}{3}, \frac{2+10}{3}, \frac{6}{3}\right)$

= (2, 4, 2)



Cos $\underline{|GOA}$ = $\frac{\overline{OG}\cdot\overline{OA}}{|\overline{OG}|\cdot|\overline{OA}|}$

$= \frac{(2,4,2)\cdot(3,0,-1)}{\sqrt{24}\sqrt{10}}$

$= \frac{6-2}{2(\sqrt{6})(\sqrt{10})}$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{60}}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{15}}$

2. यदि x की की घातों (powers)में व्यंजक (1 + ax + bx^2) (1–3x)^{15} के प्रसार में x^2 तथा x^3 दोनों के गुणांक शून्य के बराबर हैं, तो क्रमित युग्म (a, b) बराबर है:

(1) (28, 315) (2) (28, 861) (3) (–21, 714) (4) (–54, 315)

Sol. **1**

(1 + ax + bx^2) (1–3x)^{15}

= (1 + ax + bx^2) $[{}^{15}C_0 + {}^{15}C_1(-3x) + {}^{15}C_2(9x^2) + {}^{15}C_3(-27x^3) + ...]$

Coff. of x^3 $\Rightarrow$ ${}^{15}C_3(-27) + {}^{15}C_2(9)(a) + b(-45) = 0$

- 12285 + 945a – 45b = 0

$\Rightarrow$ 105a – 5b = 1365 ....(1)

Coff. of x^2 $\Rightarrow$ $({}^{15}C_2)(9) - ({}^{15}C_1)(3a) + {}^{15}C_0 b = 0$

$\Rightarrow$ –45a + b + 945 = 0 ....(2)

On Solving (1) and (2) we get a = 28, b = 315

3. $|x-y| \le 2$ तथा $|x+y| \le 2$ द्वारा प्रदर्शित क्षेत्र जिसके द्वारा प्रतिबद्ध (bounded) है, वह है:

(1) एक समचतुर्भुज जिसकी भुजा की लम्बाई 2 इकाई है

(2) एक समचतुर्भुज जिसका क्षेत्रफल $8\sqrt{2}$ वर्ग इकाई है

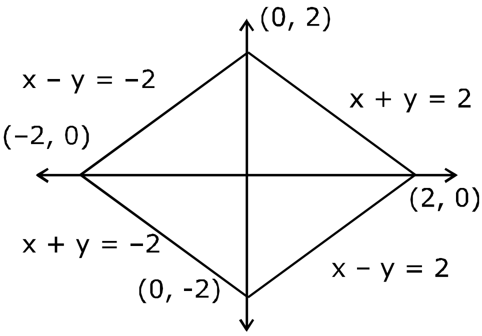
(3) एक वर्ग जिसका क्षेत्रफल 16 वर्ग इकाई है।

(4) एक वर्ग जिसकी भुजा की लम्बाई $2\sqrt{2}$ इकाई है।

Sol. **4**

$|x - y| \le 2 \Rightarrow -2 \le x - y \le 2$

$|x + y| \le 2 \Rightarrow -2 \le x + y \le 2$



It is an square of side length = $2\sqrt{2}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{(n+1)^{1/3}}{n^{4/3}}+\dfrac{(n+2)^{1/3}}{n^{4/3}}+\ldots.+\dfrac{(n+2n)^{1/3}}{n^{4/3}}\right)$ बराबर है :

(1) $\frac{3}{4}(2)^{4/3}-\frac{4}{3}$ (2) $\frac{3}{4}(2)^{4/3}-\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}(2)^{3/4}$ (4) $\frac{4}{3}(2)^{4/3}$

Sol. **2**

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)^{1/3}}{n^{4/3}}+\frac{(n+2)^{1/3}}{n^{4/3}}+\ldots.+\frac{(2n)^{1/3}}{n^{4/3}}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\frac{(n+r)^{1/3}}{n^{4/3}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\frac{(1+r/n)^{1/3}}{n}$$

$$\int_0^1 (1+x)^{1/3}dx$$

$$\Rightarrow\left[\frac{(1+x)^{4/3}}{4/3}\right]_0^1$$

$$\Rightarrow\frac{3}{4}\left(2^{4/3}-1\right)$$

5. यदि $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n$ एक समान्तर श्रेणी में हैं तथा $a_1 + a_4 + a_7 + \ldots\ldots + a_{16} = 114$, है, तो $a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16}$ बराबर है:

(1) 76 (2) 64 (3) 38 (4) 98

Sol. **1**

$a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} + a_{16} = 114$

$a_1 + a_{16} = a_4 + a_{13} = a_7 + a_{10}$

$3(a_1 + a_{16}) = 114$

$a_1 + a_{16} = \frac{114}{3} = 38$

$a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16} = (a_1 + a_{16}) + (a_6 + a_{11})$

$= 2(a_1 + a_{16})$

$= 76$

6. $\int_0^{2\pi} [\sin 2x(1+\cos 3x)]dx$ का मान, जहाँ [t] महत्तम पूर्णांक फलन है, हैं:

(1) 2π (2) π (3) -2π (4) $-\pi$

Sol. **4**

$I = \int_0^{2\pi} [\sin 2x(1+\cos 3x)]dx$ ...(1)

Apply a + b − x

$I = \int_0^{2\pi} [\sin(4\pi - 2x)(1+\cos 3(2\pi - x)]dx$

$I = \int_0^{2\pi} [(-\sin 2x)(1+\cos 3x)]dx$ ...(2)

Add (1) and (2)

$2I = \int_0^{2\pi} [\sin 2x(1+\cos 3x)] + [-\sin 2x(1+\cos 3x)]$

$2I = \int_0^{2\pi} (-1)\, dx$

$2I = -2\pi$

$I = -\pi$

7. माना $f(x) = x^2$, $x \in R$.किसी भी $A \subseteq R$, के लिए $g(A) = \{x \in R : f(x) \in A\}$है। यदि $S = [0, 4]$, है, तो निम्न में से कौनसा एक कथन सही नहीं है ?

(1) $g(f(S)) \neq S$ (2) $f(g(S)) \neq f(S)$ (3) $f(g(S)) = S$ (4) $g(f(S)) = g(S)$

Sol. **4**

$f(s) = s^2$ $0 \le f(s) \le 16$ ....(i)

$g(s) = \{x : x \in R, x^2 \in s\}$

$= \{x : x^2 \in [0,4]\}$

$-2 \le g(s) \le 2$ ....(ii)

$g(f(s)) = \{x : f(x) \in f(s)\}$
$= \{x : x^2 \in [0, 16]\}$
$= \{x : -4 \le x \le 4\}$
$-4 \le g(f(s)) \le 4$ ....(iii)
From (ii) $-2 \le g(s) \le 2 \Rightarrow 0 \le (g(s))^2 \le 4$
$f(g(s)) = g(s)^2$
$0 \le f(g(s)) \le 4$ ....(iv)
from (iv) and (i), 1 is ture
from (iv) and $S \in [0, 4]$, (2) is true
Frim (iii) and (ii), 4 is false
From (iii) and $S \in [0, 4]$ (3) is true
so (4) option is correct

8. यदि द्विघाती समीकरण $x^2 + x\sin\theta - 2\sin\theta = 0 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ के मूल α तथा β हैं तो $\frac{\alpha^{12}+\beta^{12}}{\left(\alpha^{-12}+\beta^{-12}\right)\cdot(\alpha-\beta)^{24}}$ बराबर है:

(1) $\frac{2^{12}}{(\sin\theta-8)^6}$ (2) $\frac{2^{12}}{(\sin\theta-4)^{12}}$ (3) $\frac{2^6}{(\sin\theta-8)^{12}}$ (4) $\frac{2^{12}}{(\sin\theta+8)^{12}}$

Sol. 4
$\alpha+\beta = -\sin\theta$
$\alpha\beta = -2\sin\theta$

$$\frac{\left(\alpha^{12}+\beta^{12}\right)\left(\alpha^{12}\beta^{12}\right)}{\left(\alpha^{12}+\beta^{12}\right)\cdot(\alpha-\beta)^{24}}$$

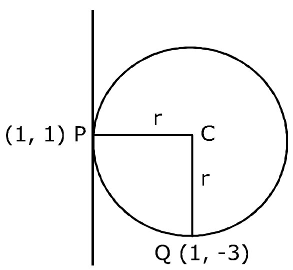
$$\alpha-\beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta} = \sqrt{\sin^2\theta+8\sin\theta}$$

$$(\alpha-\beta)^{24} = (\sin^2\theta+8\sin\theta)^{12} \Rightarrow \frac{(-2\sin\theta)^{12}}{\left(\sin^2\theta+8\sin\theta\right)^{12}} \Rightarrow \frac{2^{12}}{(\sin\theta+8)^{12}}$$

9. रेखा x = y एक वत्त को बिन्दु (1,1) पर स्पर्श करती है। यदि यह वत्त बिन्दु (1, – 3) से भी होकर जाता है, तो इसकी त्रिज्या है:

(1) 3 (2) $2\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $3\sqrt{2}$

Sol. **2**
M-I



C = $\left(1-\frac{r}{\sqrt{2}}, 1+\frac{r}{\sqrt{2}}\right)$

CP = CQ

$\Rightarrow \left(1-\frac{r}{\sqrt{2}}-1\right)^2+\left(1+\frac{r}{\sqrt{2}}+3\right)^2=r^2$

$\Rightarrow \frac{r^2}{2}+\left(16+\frac{r^2}{2}+\frac{8r}{\sqrt{2}}\right)=r^2$

$\Rightarrow r = + 2\sqrt{2}$

M-II

Equation of circle

$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + \lambda(x - y) = 0$

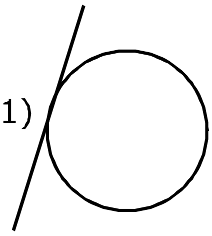
passing through (1, – 3)

$\lambda = - 4$

required circle

$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 2 = 0$

$r = 2\sqrt{2}$



10. माना $f : R \to R$, $c \in R$ पर अवकलनीय है तथा $f(c) = 0$ है। यदि $g(x) = |f(x)|$, तो $x = c$, पर g है :

(1) अवकलनीय नहीं है।

(2) अवकलनीय है, यदि $f'(c) = 0$

(3) अवकलनीय है, यदि $f'(c) \neq 0$

(4) अवकलनीय नहीं है, यदि $f'(c) = 0$

Sol. **4**

$g'(C^-) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{|f(c-h)|-f(c)}{-h}$

$= \lim\limits_{h\to 0}\frac{|f(c-h)|}{-h}$ $\Rightarrow g'(C^-) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\pm f(c-h)}{-h}$

$g'(C^-) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\pm f'(c)}{-1}$

$g'(C^+) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{|f(c+h)|-f(c)}{h}$

$\lim\limits_{h\to 0}\frac{\pm f(c+h)}{h}$

$g'(C^+) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\pm f'(c)}{1}$

diff only when $f'(C) = 0$

11. यदि $y = y(x)$, अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=(\tan x - y)\sec^2 x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$, जबकि $y(0) = 0$, का हल है, तो $y\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ बराबर है:

(1) $\frac{1}{2}-e$

(2) $\frac{1}{e}-2$

(3) $e - 2$

(4) $2 + \frac{1}{e}$

Sol. **3**

$\frac{dy}{dx} + y\sec^2 x = \tan x \sec^2 x$

I.F = $e^{\int \sec^2 x dx} = e^{\tan x}$

$y\,(e^{\tan x}) = \int e^{\tan x}(\tan x \sec^2 x)dx$

Let tanx = t

$y\,(e^{\tan x}) = \int te^t dt$

$y\,(e^{\tan x}) = (\tan x - 1)\,e^{\tan x} + C$

$y = (\tan x - 1) + Ce^{-\tan x}$ ...(1)

Put x = 0, y = 0

$0 = -1 + C \Rightarrow C = 1$

$y = (\tan x - 1) + e^{-\tan x}$

Put $x = -\pi/4$

$y = -2 + e$

12. यदि a > 0 तथा $z = \frac{(1+i)^2}{a-i}$ का परिमाण(magnitude) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ है, तो $\bar{z}$ बराबर है :

(1) $-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$ (2) $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$ (3) $-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$ (4) $-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$

Sol. **1**

$z = \frac{2i}{(a-i)}\frac{(a+i)}{(a+i)}$

$z = \frac{2ai-2}{a^2+1}$

$|z| = \sqrt{\frac{4}{(a^2+1)^2}+\frac{4a^2}{(a^2+1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{a^2+1}}$

$\therefore \frac{2}{\sqrt{a^2+1}} = \sqrt{2/5}$

$\Rightarrow \frac{4}{a^2+1} = \frac{2}{5} \Rightarrow a^2 + 1 = 10$

$a = \pm 3$

$\because a > 0 \Rightarrow a = 3$

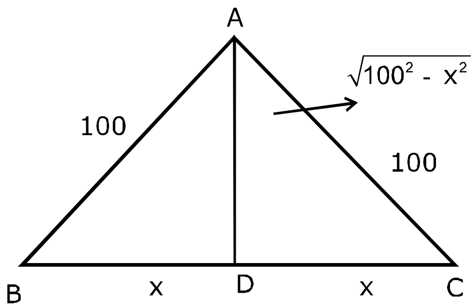
$z = \frac{6i-2}{10}$

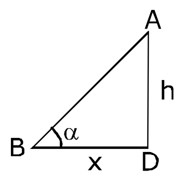
$\bar{z} = \frac{-2-6i}{10}$ $\Rightarrow \bar{z} = \frac{-1-3i}{5}$

13. ABC एक त्रिभुजाकार पार्क है जिसमें AB = AC = 100 मीटर है। BC के मध्य बिन्दु पर एक सीधी मीनार खड़ी है। यदि मीनार के शिखर के बिंदुओं A तथा B पर उन्नयन कोण क्रमशः $\cot^{-1}\left(3\sqrt{2}\right)$ तथा $\text{cosec}^{-1}\left(2\sqrt{2}\right)$ हैं, तो मीनार की ऊँचाई (मीटरों में) है :

(1) 20 (2) $10\sqrt{5}$ (3) 25 (4) $\frac{100}{3\sqrt{3}}$

Sol. **1**





at point B

$\tan\alpha = h/x$

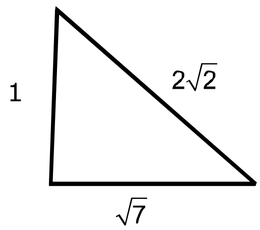
$\Rightarrow \frac{x}{h} = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{2}h$ ...(1)

at point A

$\tan\theta = \frac{h}{\sqrt{100^2 - x^2}}$

$\text{cosec}\theta = 2\sqrt{2}$



$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{7}}$

$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{h}{\sqrt{100^2 - x^2}}$

$100^2 - x^2 = 7h^2$ ...(2)

From (1) & (2)

$10000 - 18h^2 = 7h^2$

$25h^2 = 10000$

$h^2 = 400$

$h = 20$

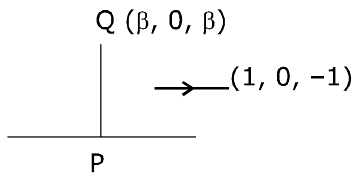
14. यदि बिंदु (β, 0, β) (β≠0) से रेखा , $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{-1}$ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ पर खींचे गए लंब की लंबाई $\sqrt{\frac{3}{2}}$ है, तो β बराबर है :

(1) 1 (2) – 2 (3) 2 (4) – 1

Sol. **4**

Point (P) on line = $(\lambda, 1, -\lambda - 1)$

PQ D.r.s = $(\beta - \lambda, -1, \beta + \lambda + 1)$



$(\beta-\lambda, -1, \beta+\lambda+1).(1, 0, -1) = 0$
$\Rightarrow \beta-\lambda - \beta - \lambda - 1 = 0$
$\Rightarrow 2\lambda = -1$

$\lambda = \frac{-1}{2}$

Point P = $\left(\frac{-1}{2}, 1, -\frac{1}{2}\right)$

PQ = $\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \left(\beta+\frac{1}{2}\right)^2 + 1 + \left(\beta+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow 2\beta^2 + \frac{3}{2} + 2\beta = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow 2\beta(\beta+1) = 0$

$\beta = -1$

15. यदि रेखा x – 2y = 12 दीर्घवत्त, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ को बिन्दु $\left(3, \frac{-9}{2}\right)$, पर स्पर्श करती है, तो इसके नाभिलम्ब की लम्बाई है :

(1) $8\sqrt{3}$ (2) 5 (3) $12\sqrt{2}$ (4) 9

Sol. **4**

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $\Rightarrow m = -\left[\frac{2x/a^2}{2y/b^2}\right]$

$= -\frac{b^2x}{a^2y}$

$(m)_{(3, -9/2)} = \frac{-3b^2}{a^2(-9/2)} = \frac{2b^2}{3a^2}$

$\frac{2b^2}{3a^2} = \frac{1}{2}$(given)

$\frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}$

Lenght of L.R = $\frac{2b^2}{a}$

(3, -9/2) lie on ellipse

$\frac{9}{a^2}+\frac{81}{4b^2}=1$ $\Rightarrow \frac{81}{4b^2} = 1-\frac{9}{a^2}$

$\Rightarrow \frac{81.4}{4(3a^2)} = 1-\frac{9}{a^2}$

$$\Rightarrow \frac{27}{a^2} + \frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{36}{a^2} = 1$$

$a^2 = 36$

$a = 6$

$b^2 = \frac{3}{4} \times 36$

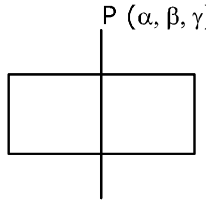
$b^2 = 27$

$$\text{LLR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 27}{6} = 9$$

16. यदि बिन्दु P का समतल $3x - y + 4z = 2$ में प्रतिबिम्ब $Q(0, -1, -3)$ है तथा $R(3, -1, -2,)$ एक अन्य बिन्दु है, तो ΔPQR का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) हैं :

(1) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{91}}{4}$ (3) $\frac{\sqrt{91}}{2}$ (4) $2\sqrt{13}$

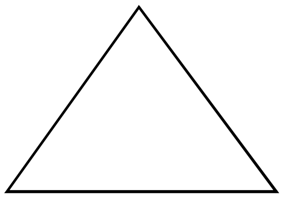
Sol. **3**



$$\frac{\alpha - 0}{3} = \frac{\beta + 1}{-1} = \frac{\gamma + 3}{4} = \frac{-2(0 + 1 - 12 - 2)}{26}$$

$$\frac{\alpha}{3} = \frac{\beta + 1}{-1} = \frac{\gamma + 3}{4} = 1$$

$\alpha = 3, \beta = -2, \gamma = 1$ $\Rightarrow P(3, -2, 1)$



$$A = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{QR} \times \overrightarrow{QP}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left|\hat{i} - \hat{j}(9) + \hat{k}(-3)\right|$$

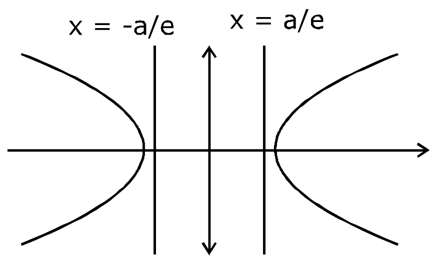
$$= \frac{1}{2}\sqrt{91}$$

17. एक अतिपरवलय का केन्द्र मूलबिन्दु पर है तथा यह बिन्दु $(4,-2\sqrt{3})$ से होकर जाता है। यदि इसकी एक नियता (directrix) $5x = 4\sqrt{5}$ है तथा इसकी उत्केन्द्रता e है, तो :

(1) $4e^4 - 12e^2 - 27 = 0$ (2) $4e^4 - 24e^2 + 35 = 0$
(3) $4e^4 - 24e^2 + 27 = 0$ (4) $4e^4 + 8e^2 - 35 = 0$

Sol. **2**

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



Pass $(4, -2\sqrt{3})$

$\frac{16}{a^2} - \frac{12}{b^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{12}{a^2(e^2-1)} = 1$

$\frac{a}{e} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$a = \frac{4e}{\sqrt{5}}$

$\frac{16(5)}{16e^2} - \frac{12 \times 5}{16e^2\left(e^2-1\right)} = 1$

$1 - \frac{3}{4\left(e^2-1\right)} = \frac{e^2}{5}$

$4e^2 - 4 - 3 = \frac{4e^2\left(e^2-1\right)}{5}$

$\Rightarrow 4e^4 - 24e^2 + 35 = 0$

18. माना $f(x) = e^x - x$ तथा $g(x) = x^2 - x$, $\forall x \in R$ तो सभी $x \in R$, जिनके फलन $h(x) = (fog)(x)$ वर्धमान है, का समुच्चय है :

(1) $\left[0,\frac{1}{2}\right] \cup [1,\infty)$ (2) $\left[\frac{-1}{2},0\right] \cup [1,\infty)$ (3) $\left[-1,\frac{-1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2},\infty\right)$ (4) $[0,\infty)$

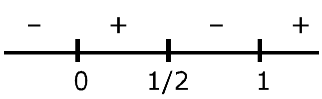
Sol. **1**

$h(x) = f(g(x))$
$= e^{g(x)} - g(x)$

$h(x) = e^{(x^2-x)} - (x^2 - x)$

$h'(x) = e^{(x^2-x)}(2x - 1) - (2x - 1)$

$= (2x - 1)\left[e^{(x^2-x)} - 1\right] > 0$



For increasing $\left[0,\frac{1}{2}\right]\cup[1,\infty)$

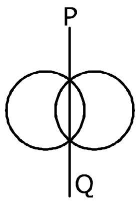
19. यदि वत्तों $x^2 + y^2 + 5Kx + 2y + K = 0$ तथा $2(x^2 + y^2) + 2Kx + 3y - 1 = 0$, $(K\in R)$, के प्रतिच्छेदन बिन्द P तथा Q हैं, तो रेखा $4x + 5y - K = 0$ के बिन्दुओं P तथा Q से होकर जाने के लिए :

(1) K का कोई भी मान नहीं है।
(2) K के मात्र दो मान हैं।
(3) K का मात्र एक मान है
(4) K के अनन्त मान हैं।

Sol. **1**

$x^2 + y^2 + 5Kx + 2y + K = 0$

$x^2 + y^2 + Kx + \frac{3y}{2}-\frac{1}{2}=0$



Equation of PQ is

$S_1 - S_2 = 0$

$\Rightarrow 4Kx + \frac{y}{2}+K+\frac{1}{2}=0$

Compare with given equation

$\frac{4K}{4}=\frac{1/2}{5}=\frac{-K}{K+1/2}$

$K = \frac{1}{10}$

$K + \frac{1}{2}=-10K$

$11K = -\frac{1}{2}$

$K = -\frac{1}{22}$

NO Common value of K

20. यदि $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(p+1)x+\sin x}{x}, & x<0\\ q, & x=0\\ \frac{\sqrt{x+x^2}-\sqrt{x}}{x^{3/2}}, & x>0\end{cases}$ $x = 0$, पर संतत है, तो क्रमित युग्म (p, q) बराबर है:

(1) $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ (2) $\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$ (3) $\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ (4) $\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Sol. **3**

$f(0) = q$

$f(0^+) = \lim_{x\to 0}\frac{(x+x^2)-x}{x^{3/2}[\sqrt{x+x^2}+\sqrt{x}]}$

$$= \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}[\sqrt{1+x}+1]} = \frac{1}{2}$$

$$f(0^-) = \lim_{x\to0}\left[\frac{\sin(p+1)x}{(p+1)x}\right].(p+1)+\frac{\sin x}{x}$$

$= p + 2$

$f(0) = f(0^+) = f(0^-)$

$q = \frac{1}{2} = p+2 \qquad \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

$p = -\frac{3}{2}$

21. यदि रैखिक समीकरण निकाय $x + y + z = 5$, $x + 2y + 2z = 6$, $x + 3y + \lambda z = \mu$, $(\lambda, \mu \in R)$, के अनन्त हल है, तो $\lambda + \mu$ का मान है :

(1) 7 (2) 9 (3) 12 (4) 10

Sol. **4**

$\Delta = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$(2\lambda + 5) - (\lambda + 6 + 2) = 0$

$\lambda = 3$

$$\Delta_x = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \\ \mu & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 1 & \mu & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow (18 + 10 + \mu) - (15 + 2\mu + 6) = 0 ; 7 - \mu = 0 ; \mu = 7$

$\lambda + \mu = 10$

22. यदि $\lim_{x\to1}\frac{x^4-1}{x-1} = \lim_{x\to k}\frac{x^3-k^3}{x^2-k^2}$, तो k बराबर है :

(1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{8}{3}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{3}{8}$

Sol. **2**

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x-1)} = \lim_{x\to k}\frac{(x-k)(x^2+k^2+kx)}{(x-k)(x+k)}$$

$$\Rightarrow (2)\,(2) = \frac{3k^2}{2k}$$

$\Rightarrow k = \frac{8}{3}$

23. यदि किसी $x \in R$, के लिए, 20 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त अंकों का बारंबारता बंटन है:

अंक	2	3	5	7
बारम्बारता	$(x+1)^2$	$(2x-5)$	x^2-3x	x

तो अंको का माध्य है :

(1) 2.5 (2) 3.2 (3) 3.0 (4) 2.8

Sol. **4**

$(x+1)^2 + (2x-5) + x^2 - 3x + x = 20$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x = 24$

$\Rightarrow x^2 + x - 12 = 0$

$\Rightarrow (x+4)(x-3) = 0$

$x = 3$

x_i	2	3	5	7
f_i	16	1	0	3

Mean $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$= \frac{32+3+0+21}{20}$

$= \frac{56}{20}$

$= 2.8$

24. माना प्रत्येक जन्म लेने वाले बच्चे का लड़का अथवा लड़की होना समसंभाव्य है। माना दो परिवारों में प्रत्येक में दो बच्चे हैं। यदि यह दिया गया है कि कम से कम दो बच्चे लड़कियां हैं, तो सभी बच्चों के लड़की होने की सप्रतिबंध प्रायिकता है:

(1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{17}$ (4) $\frac{1}{11}$

Sol. **4**

Total Case {(G, G, B, B), (B,G,G, B), (B, B, G, G), (G, B, G, B), (G, B, B, G), (B, G, B, G), (G, G, G, B), (B, G, G, G), (G, B, G, G), (G, G, B, G), (G, G, G, G)}

= 11 Cases

Favrable cases = 1

$p\left(\frac{\text{all children are girls}}{\text{at least two girls}}\right) = \frac{1}{11}$

25. वह सभी युग्म (x, y) जो असमिका $2^{\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 5}} \cdot \frac{1}{4^{\sin^2 y}} \le 1$ को संतुष्ट करते हैं, निम्न में से किस समीकरण को भी संतुष्ट करते हैं?

(1) $\sin x = |\sin y|$ (2) $\sin x = 2\sin y$ (3) $2\sin x = \sin y$ (4) $2|\sin x| = 3\sin y$

Sol. **1**

$2^{\sqrt{(\sin x - 1)^2 + 4}} = 4$

$\sin x = 1$ ...(1)

and $\frac{1}{4^{\sin^2 y}} = \frac{1}{4}$

$\sin^2 y = 1$ ...(2)

From Equation (1) and (2)

$\sin x = |\sin y|$

26. यदि $\Delta_1 = \begin{vmatrix} x & \sin\theta & \cos\theta \\ -\sin\theta & -x & 1 \\ \cos\theta & 1 & x \end{vmatrix}$ तथा $\Delta_2 = \begin{vmatrix} x & \sin 2\theta & \cos 2\theta \\ -\sin 2\theta & -x & 1 \\ \cos 2\theta & 1 & x \end{vmatrix}$, $x \neq 0$; तो सभी $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ के लिए :

(1) $\Delta_1 + \Delta_2 = -2(x^3 + x - 1)$ (2) $\Delta_1 - \Delta_2 = -2x^3$

(3) $\Delta_1 - \Delta_2 = x(\cos 2\theta - \cos 4\theta)$ (4) $\Delta_1 + \Delta_2 = -2x^3$

Sol. **4**

$\Delta_1 = x(-x^2 - 1) - \sin\theta(-x\sin\theta - \cos\theta) + \cos\theta(-\sin\theta + x\cos\theta)$

$\Delta_1 = -x^3$

$\Delta_2 = x(-x^2 - 1) - \sin 2\theta(-x\sin 2\theta - \cos 2\theta) + \cos 2\theta(-\sin 2\theta + x\cos 2\theta)$

$\Delta_2 = -x^3 - x + x = -x^3$

$\Delta_1 + \Delta_2 = -2x^3$

27. बूले के निम्न व्यंजकों में से कौन सा एक, एक पुनरुक्ति है ?

(1) $(p \vee q) \vee (p \vee \sim q)$ (2) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$

(3) $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ (4) $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

Sol. **1**

p	q	$p \vee q$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$(p \vee q) \vee (p \vee \sim q)$
T	T	T	F	T	T
T	F	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T
F	F	F	T	T	T

28. $\frac{3 \times 1^3}{1^2} + \frac{5 \times (1^3 + 2^3)1}{1^2 + 2^2} + \frac{7 \times (1^3 + 2^3 + 3^3)}{1^2 + 2^2 + 3^2} + \ldots..$ के प्रथम दस पदों का योगफल है :

(1) 620 (2) 600 (3) 680 (4) 660

Sol. **4**

$$T_n = \frac{(2n+1)(1^3 + 2^3 + \ldots + n^3)}{(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)}$$

$$= \frac{(2n+1)\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}{\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)}$$

$$T_n = \frac{n(n+1)(3)}{2}$$

$$S_n = \frac{3}{2}\left(\sum n^2 + \sum n\right)$$

$$S_{10} = \frac{3}{2}\left[\left(1^2 + \ldots\ldots + 10^2\right) + \left(1 + \ldots.. + 10\right)\right]$$

$$= \frac{3}{2}\left[\left(\frac{(10)(11)(21)}{6}\right) + \frac{(10)(11)}{2}\right]$$

$$= \frac{3}{2}\frac{(10)(11)}{2}\left[\frac{21}{3} + 1\right]$$

$= 660$

29. अंकों(digits) 0, 1, 2, 5, 7 तथा 9 के प्रयोग से छः अंको वाली ऐसी संख्याओं, जो 11 से भाज्य हों तथा जिनमें कोई भी अंक दोबारा न आए, की संख्या है :

(1) 48 (2) 60 (3) 72 (4) 36

Sol. **2**

0, 1, 2, 5, 7, 9

$$\left.\begin{array}{r}\text{at odd place} = (0, 5, 7)\\ \text{at even place} = (1, 2, 9)\end{array}\right] = (2)(2)(1)(\underline{|3}) = 24$$

or

$$\left.\begin{array}{r}\text{at odd place} = (1, 2, 9)\\ \text{at even place} = (0, 5, 7)\end{array}\right] = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 36$$

Total = 60

30. यदि $\int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 10)^2} = A\left(\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{3}\right) + \frac{f(x)}{x^2 - 2x + 10}\right) + C$ जहाँ C एक समाकलन अचर है, तो:

(1) $A = \frac{1}{54}$ and $f(x) = 9(x - 1)^2$ (2) $A = \frac{1}{54}$ and $f(x) = 3(x - 1)$

(3) $A = \frac{1}{81}$ and $f(x) = 3(x - 1)$ (4) $A = \frac{1}{27}$ and $f(x) = 9(x - 1)$

Sol. **2**

$$\int \frac{dx}{\left[(x-1)^2 + 3^2\right]^2}$$

$x - 1 = 3 \tan \theta$

$dx = 3 \sec^2 \theta \, d\theta$

$$\int \frac{3\sec^2\theta}{81\sec^4\theta} d\theta$$

$$\frac{1}{27}\int \cos^2\theta d\theta \; ; \qquad \frac{1}{54}\left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}\right] + C$$

$$\frac{1}{54}\left[\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{3}\right) + \frac{(3)(x-1)}{x^2 - 2x + 10}\right] + C$$

$A = \frac{1}{54}, f(x) = 3(x - 1)$

मोशन ने बनाया साधारण को असाधारण

JEE Main Result Jan'19

4 RESIDENTIAL COACHING PROGRAM (DRONA) STUDENTS ABOVE 99.9 PERCENTILE


99.9 percentile
PHYSICS 100 percentile
Nitin Gupta
Exp. Score 335 Last yr Score 149


99.9 percentile
Shiv Modi
Exp. Score 318 Last yr Score 153


99.9 percentile
Ritik Bansal
Exp. Score 308 Last yr Score 218


99.9 percentile
Shubham Kumar
Exp. Score 300 Last yr Score 153

Total Students Above 99.9 percentile - **17**

Total Students Above 99 percentile - **282**

Total Students Above 95 percentile - **983**

% of Students Above 95 percentile $\frac{983}{3538}$ = **27.78%**

Scholarship on the Basis of 12th Class Result

Marks PCM or PCB	Hindi State Board	State Eng OR CBSE
70%-74%	30%	20%
75%-79%	35%	25%
80%-84%	40%	35%
85%-87%	50%	40%
88%-90%	60%	55%
91%-92%	70%	65%
93%-94%	80%	75%
95% & Above	90%	85%

New Batches for Class 11th to 12th pass
17 April 2019 & 01 May 2019

हिन्दी माध्यम के लिए पृथक बैच

Scholarship on the Basis of JEE Main Percentile

Score	JEE Mains Percentile	English Medium Scholarship	Hindi Medium Scholarship
225 Above	Above 99	Drona Free (Limited Seats)	
190 to 224	Above 97.5 To 99	100%	100%
180 to 190	Aboev 97 To 97.5	90%	90%
170 to 179	Above 96.5 To 97	80%	80%
160 to 169	Above 96 To 96.5	60%	60%
140 to 159	Above 95.5 To 96	55%	55%
74 to 139	Above 95 To 95.5	50%	50%
66 to 73	Above 93 To 95	40%	40%
50 to 65	Above 90 To 93	30%	35%
35 to 49	Above 85 To 90	25%	30%
20 to 34	Above 80 To 85	20%	25%
15 to 19	75 To 80	10%	15%

सैन्य कर्मियों के बच्चों के लिए 50% छात्रवृत्ति **प्री-मेडिकल में छात्राओं को 50% छात्रवृत्ति**